## C:\Users\User\Desktop\Сайт\Ппрограммы\Матем-ка\Новая папка\математика (базовый и угл) 10-11.jpgРабочая программа по математике в 10-11 классе

## Пояснительная записка

Рабочая программа по математике 10 и 11 классов составлена на основе

1. Федерального закона от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»,

2. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. №413 (зарегистрирован Минюстом России 7 июня 2012 г., регистрационный № 24480) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования» (в редакции приказов Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1645, от 31.12.2015 №1578, **от 29 июня 2017 г. N 613**

3. Письмо Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.04.2011  №03-255 «О введении федеральных государственных образовательных стандартов общего образования»

4. Постановления Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 29.12.2010 № 189 «Об утверждении СанПиН 2.4.2.2821-10 «Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждениях», (в ред. Изменений №1, утв. Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 29.06.2011 № 85, Изменений №2, утв. Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 25.12.2013 № 72, Изменений №3, утв. Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 24.11.2015 № 81);

5. Приказа Министерства образования и науки Российской Федерации от 31.03.2014 № 253 «Об утверждении федерального перечня учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования» (с учетом изменений обозначенных в приказе №38 от 26 января 2016 г)

6. Приказа Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.08.2013 № 1015 «Об утверждении порядка организации и осуществления образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам – образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования» (в редакции приказов Минобрнауки России от 13.12.2013 № 1342, от 28.05.2014 № 598).

7. Программы общеобразовательных учреждений «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» 10-11-й классы. Составитель: Т.А. Бурмистрова. Москва “Просвещение”, 2010 год.

8. Типовых авторских программ по алгебре и началам анализа -Алимова Ш.А., геометрии -Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б.

9. УМК: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы.: учеб. для общеобразоват. организаций : базовый уровень / Ш..А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Колягин, М.В. Ткачёва и др. – М.: Просвещение, 2014.

- УМК: Геометрия. 10-11 классы.: учеб. для общеобразоват. организаций : базовый уровень / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Коломцев и др. – М.: Просвещение, 2014.

**Целями реализации** основной образовательной программы среднего общего образования являются:

* становление и развитие личности обучающегося в ее самобытностии уникальности, осознание собственной индивидуальности, появление жизненных планов, готовность к самоопределению;
* достижение выпускниками планируемых результатов: компетенций и компетентностей, определяемых личностными, семейными, общественными, государственными потребностями и возможностями обучающегося старшего школьного возраста, индивидуальной образовательной траекторией его развития и состоянием здоровья.

Достижение поставленных целейпри разработке и реализации образовательной организацией основной образовательной программы среднего общего образованияпредусматривает решение следующих **основных задач**:

* формирование российской гражданской идентичности обучающихся;
* сохранение и развитие культурного разнообразия и языкового наследия многонационального народа Российской Федерации, реализация права на изучение родного языка, овладение духовными ценностями и культурой многонационального народа России;
* обеспечение равных возможностей получения качественного среднего общего образования;
* обеспечение достижения обучающимися образовательных результатов в соответствии с требованиями, установленными Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (далее – ФГОС СОО);
* обеспечение реализации бесплатного образования на уровне среднего общего образования в объеме основной образовательной программы, предусматривающей изучение обязательных учебных предметов, входящих в учебный план (учебных предметов по выбору из обязательных предметных областей, дополнительных учебных предметов, курсов по выбору и общих для включения во все учебные планы учебных предметов, в том числе на углубленном уровне), а также внеурочную деятельность;
* установление требований к воспитанию и социализации обучающихся, их самоидентификации посредством личностно и общественно значимой деятельности, социального и гражданского становления, осознанного выбора профессии, понимание значения профессиональной деятельности для человека и общества, в том числе через реализацию образовательных программ, входящих в основную образовательную программу;
* обеспечение преемственности основных образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего, профессионального образования;
* развитие государственно-общественного управления в образовании;
* формирование основ оценки результатов освоения обучающимися основной образовательной программы, деятельности педагогических работников, организаций, осуществляющих образовательную деятельность;
* создание условий для развития и самореализации обучающихся, для формирования здорового, безопасного и экологически целесообразного образа жизни обучающихся.

**Принципы и подходы к формированию основной образовательной программы среднего общего образования**

Методологической основой ФГОС СОО является системно-деятельностный подход, который предполагает:

* формирование готовности обучающихся к саморазвитию и непрерывному образованию;
* проектирование и конструирование развивающей образовательной среды организации, осуществляющей образовательную деятельность;
* активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;
* построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных, возрастных, психологических, физиологических особенностей и здоровья обучающихся.

Основная образовательная программа формируется на основе системно-деятельностного подхода.В связи с этим личностное, социальное, познавательное развитие обучающихся определяется характером организации их деятельности, в первую очередь учебной, а процесс функционирования образовательной организации, отраженный в основной образовательной программе (ООП), рассматривается как совокупность следующих взаимосвязанных компонентов: цели образования; содержания образования на уровне среднего общего образования; форм, методов, средств реализации этого содержания (технологии преподавания, освоения, обучения); субъектов системы образования (педагогов, обучающихся, их родителей (законных представителей)); материальной базы как средства системы образования, в том числе с учетом принципа преемственности начального общего, основного общего, среднего общего, профессионального образования, который может быть реализован как через содержание, так и через формы, средства, технологии, методы и приемы работы.

Основная образовательная программа при конструировании и осуществлении образовательной деятельности ориентируется на личность как цель, субъект, результат и главный критерий эффективности, на создание соответствующих условий для саморазвития творческого потенциала личности.

Осуществление принципа индивидуально-дифференцированного подхода позволяет создать оптимальные условия для реализации потенциальных возможностей каждого обучающегося.

Основная образовательная программа формируется с учетом психолого-педагогических особенностей развития детей 15–18 лет, связанных:

* с формированием у обучающихся системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, ценностных ориентаций, мировоззрения как системы обобщенных представлений о мире в целом, об окружающей действительности, других людях и самом себе, готовности руководствоваться ими в деятельности;
* с переходом от учебных действий, характерных для основной школы и связанных с овладением учебной деятельностью в единстве мотивационно-уровне среднего общего образования занимают мотивы, связанные с самоопределением и подготовкой к самостоятельной жизни, с дальнейшим образованием и самообразованием. Эти мотивы приобретают личностный смысл и становятся действенными;
* с освоением видов деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, с появлением интереса к теоретическим проблемам, к способам познания и учения, к самостоятельному поиску учебно-теоретических проблем, способности к построению индивидуальной образовательной траектории;
* с формированием у обучающихся научного типа мышления, овладением научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами;
* с самостоятельным приобретением идентичности; повышением требовательности к самому себе; углублением самооценки; бóльшим реализмом в формировании целей и стремлении к тем или иным ролям; ростом устойчивости к фрустрациям; усилением потребности влиять на других людей.

Переход обучающегося в старшую школу совпадает с первым периодом юности, или первым периодом зрелости, который отличается сложностью становления личностных черт. Центральным психологическим новообразованием юношеского возраста является предварительное самоопределение, построение жизненных планов на будущее, формирование идентичности и устойчивого образа «Я». Направленность личности в юношеском возрасте характеризуется ее ценностными ориентациями, интересами, отношениями, установками, мотивами, переходом от подросткового возраста к самостоятельной взрослой жизни. К этому периоду фактически завершается становление основных биологических и психологических функций, необходимых взрослому человеку для полноценного существования. Социальное и личностное самоопределение в данном возрасте предполагает не столько эмансипацию от взрослых, сколько четкую ориентировку и определение своего места во взрослом мире.

Основная образовательная программа формируется с учетом принципа демократизации, который обеспечивает формирование и развитие демократической культуры всех участников образовательных отношений на основе сотрудничества, сотворчества, личной ответственностив том числе через развитие органов государственно-общественного управления образовательной организацией.

Основная образовательная программа формируется в соответствии с требованиями ФГОС СОО и с учетом индивидуальных особенностей, потребностей и запросов обучающихся и их родителей (законных представителей) при получении среднего общего образования, включая образовательные потребности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов, а также значимость данного уровня общего образования для продолжения обучения в профессиональной образовательной организации или образовательной организации высшего образования, профессиональной деятельности и успешной социализации.

**Общая характеристика учебного предмета**

При изучении курса математики на базовом уровне продолжаются и получают развитие содержательные линии: «Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики», вводится линия «Начала математического анализа». В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

* систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;
* расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;
* изучение свойств пространственных тел, измерение геометрических величин в пространстве, формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;
* развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления;
* знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

Обще учебные умения, навыки и способы деятельности:

* ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

•построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

•выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчетов практического характера; использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

•самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт;

•проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений;

•самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

Таким образом, в ходе освоения содержания, учащиеся получают возможность:

● развить представление о числе;

● овладеть символическим языком алгебры, выработать формально-оперативные алгебраические умения и научиться применять их к решению математических и нематематических задач;

● изучить свойства и графики элементарных функций, научиться использовать функционально-графические представления для описания и анализа реальных зависимостей;

● развить пространственные представления и изобразительные умения, освоить основные факты и методы стереометрии, познакомиться с простейшими пространственными фигурами и их свойствами;

● получить представления о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, об особенностях выводов и прогнозов, носящих вероятностный характер;

● развить логическое мышление и речь - умение логически обосновывать суждения, проводить систематизации, приводить примеры, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

● сформировать представления об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений.

***Формы организации учебной деятельности:***

* коллективная;
* групповая;
* индивидуальная.

**Виды учебных занятий:** урок,нетрадиционные формы уроков;лекция,практическоезанятие.

Рабочая программа предусматривает следующие виды контроля знаний и умений учащихся: текущие, тематические и итоговые.

**Текущие виды контроля** –поурочные тесты,фронтальные устные опросы,проверкасхем, таблиц, тренировочных работ, самостоятельные работы в рабочих тетрадях, взаимопроверка, проверка групповых заданий.

**Тематические виды контроля -** тесты,проверочные работы,письменныеконтрольные работы по теме, зачёты по теории темы, математические диктанты.

**Формы итогового контроля**:итоговое тестирование,итоговая контрольная работа.

**МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

Согласно федеральному учебному плану для образовательных учреждений Российской на изучение математики отводится:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 10 класс | 11 класс | Количество часов в неделю |
| Базовый уровень | 136 часов | 136 часов | 4 часа |
| Углубленный уровень | 204 часов | 204 часов | 6 часов |

## Планируемые результаты освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования

### Планируемые личностные результаты освоения ООП

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

* ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
* готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
* готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
* готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
* принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;
* неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):**

* российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности российского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;
* уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);
* формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;
* воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:**

* гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;
* признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы человека и гражданина согласно общепризнанным принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность;
* мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
* интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
* готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
* приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальномудост
* оинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
* готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

* нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
* принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
* способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
* формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
* развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

* мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
* готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
* экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;
* эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:**

* ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
* положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

**Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

* уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
* осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
* готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
* потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
* готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

**Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

* физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

### Планируемые метапредметные результаты освоения ООП

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

1. **Регулятивные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

* самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
* оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
* ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
* оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
* выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
* организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
* сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

**2. Познавательные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

* искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
* критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
* использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
* находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого;спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
* выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
* выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
* менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

1. **Коммуникативные универсальные учебные действия**

**Выпускник научится:**

* осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
* при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
* координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
* развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
* распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

### Планируемые предметные результаты освоения ООП

На уровне среднего общего образования в соответствии с ФГОС СОО, помимо традиционных двух групп результатов «Выпускник научится» и «Выпускник получит возможность научиться», что ранее делалось в структуре ПООП начального и основного общего образования, появляются еще две группы результатов: результаты базового и углубленного уровней.

Логика представления результатов четырех видов: «Выпускник научится – базовый уровень», «Выпускник получит возможность научиться – базовый уровень», «Выпускник научится – углубленный уровень», «Выпускник получит возможность научиться – углубленный уровень» – определяется следующей методологией.

Как и в основном общем образовании, группа результатов «Выпускник научится» представляет собой результаты, достижение которых обеспечивается учителем в отношении всех обучающихся, выбравших данный уровень обучения. Группа результатов «Выпускник получит возможность научиться» обеспечивается учителем в отношении части наиболее мотивированных и способных обучающихся, выбравших данный уровень обучения. При контроле качества образования группа заданий, ориентированных на оценку достижения планируемых результатов из блока «Выпускник получит возможность научиться», может включаться в материалы блока «Выпускник научится». Это позволит предоставить возможность обучающимся продемонстрировать овладение качественно иным уровнем достижений и выявлять динамику роста численности наиболее подготовленных обучающихся.

Принципиальным отличием результатов базового уровня от результатов углубленного уровня является их целевая направленность. Результаты базового уровня ориентированы на общую функциональную грамотность, получение компетентностей для повседневной жизни и общего развития. Эта группа результатов предполагает:

– понимание предмета, ключевых вопросов и основных составляющих элементов изучаемой предметной области, что обеспечивается не за счет заучивания определений и правил, а посредством моделирования и постановки проблемных вопросов культуры, характерных для данной предметной области;

– умение решать основные практические задачи, характерные для использования методов и инструментария данной предметной области;

– осознание рамок изучаемой предметной области, ограниченности методов и инструментов, типичных связей с некоторыми другими областями знания.

Результаты **углубленного** уровня ориентированы на получение компетентностей для последующей профессиональной деятельности как в рамках данной предметной области, так и в смежных с ней областях. Эта группа результатов предполагает:

– овладение ключевыми понятиями и закономерностями, на которых строится данная предметная область, распознавание соответствующих им признаков и взаимосвязей, способность демонстрировать различные подходы к изучению явлений, характерных для изучаемой предметной области;

– умение решать как некоторые практические, так и основные теоретические задачи, характерные для использования методов и инструментария данной предметной области;

– наличие представлений о данной предметной области как целостной теории (совокупности теорий), об основных связях с иными смежными областями знаний.

Примерные программы учебных предметов построены таким образом, что предметные результаты базового уровня, относящиеся к разделу «Выпускник получит возможность научиться», соответствуют предметным результатам раздела «Выпускник научится» на углубленном уровне. Предметные результаты раздела «Выпускник получит возможность научиться» не выносятся на итоговую аттестацию, но при этом возможность их достижения должна быть предоставлена каждому обучающемуся.

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | **Базовый уровень**  **«Проблемно-функциональные результаты»** | | | **Углубленный уровень**  **«Системно-теоретические результаты»** | |
| **Раздел** | | **I. Выпускник научится** | | **III. Выпускник получит возможность научиться** | **II. Выпускник научится** | **IV. Выпускник получит возможность научиться** |
| **Цели освоения предмета** | | Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики | | *Для развития мышления, использования в повседневной жизни*  *и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики* | Для успешного продолжения образования  по специальностям, связанным с прикладным использованием математики | *Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук* |
|  | | **Требования к результатам** | | | | |
| ***Элементы теории множеств и математической логики*** | | * Оперировать на базовом уровне[[1]](#footnote-2)понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал; * оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; * находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой; * строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями; * распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях,в том числе с использованием контрпримеров.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений; * проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни | * *Оперировать[[2]](#footnote-3) понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;* * *оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;* * *проверять принадлежность элемента множеству;* * *находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;* * *проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;* * *проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов* | | * Свободно оперировать[[3]](#footnote-4) понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; * задавать множества перечислением и характеристическим свойством; * оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; * проверять принадлежность элемента множеству; * находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; * проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; * проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов | * *Достижение результатов раздела II;* * *оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;* * *понимать суть косвенного доказательства;* * *оперировать понятиями счетного и несчетного множества;* * *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов* |
| ***Числа и выражения*** | | * Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб; * оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину; * выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами; * выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел; * сравнивать рациональные числа между собой; * оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях; * изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа; * изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях; * выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений; * выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие; * вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; * изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах; * оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * выполнять вычисления при решении задач практического характера; * выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств; * соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями; * использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни | * *Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;* * *приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;* * *оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа е и π;* * *выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;* * *находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;* * *пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;* * *проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;* * *находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;* * *изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;* * *использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;* * *выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.*   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * *выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;* * *оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира* | | * Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; * понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; * переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую; * доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; * выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; * сравнивать действительные числа разными способами; * упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; * находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач; * выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; * выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; * записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; * составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов | * *Достижение результатов раздела II;* * *свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;* * *понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;* * *владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач* * *иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;* * *свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;* * *владеть формулой бинома Ньютона;* * *применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;* * *применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;* * *применять при решении задач Малую теорему Ферма;* * *уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;* * *применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;* * *применять при решении задач цепные дроби;* * *применять при решении задачмногочлены с действительными и целыми коэффициентами*; * *владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;* * *применять при решении задач Основную теорему алгебры;* * *применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования* |
| ***Уравнения и неравенства*** | | * Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения; * решать логарифмические уравнения вида log*a* (*bx* + *c*) = *d* и простейшие неравенства вида log*ax*<*d*; * решать показательные уравнения, вида *abx+c= d* (где *d* можно представить в виде степени с основанием *a*) и простейшие неравенства вида *ax<d* (где *d* можно представить в виде степени с основанием *a*);. * приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: sin*x* = *a,* cos *x* = *a,* tg*x* = *a,*ctg*x* = *a,* где *a* – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач | * *Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;* * *использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;* * *использовать метод интервалов для решения неравенств;* * *использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;* * *изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;* * *выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.*   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * *составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;* * *использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;* * *уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи* | | * Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; * решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; * овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; * применять теорему Безу к решению уравнений; * применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; * понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать; * владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; * использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; * решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; * владеть разными методами доказательства неравенств; * решать уравнения в целых числах; * изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; * свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; * выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов; * составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов; * составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; * использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств | * *Достижение результатов раздела II;* * *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;* * *свободно решать системы линейных уравнений;* * *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;* * *применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;* * *иметь представление о неравенствах между средними степенными* |
| ***Функции*** | * Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период; * оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции; * распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций; * соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы; * находить по графику приближённо значения функции в заданных точках; * определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.); * строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.); * интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации | * *Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;* * *оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;* * *определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;* * *строить графики изученных функций;* * *описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;* * *строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);* * *решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.*   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * *определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);* * *интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;* * *определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)* | | * Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; * владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; * владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; * владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; * владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; * владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; * применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; * применять при решении задач преобразования графиков функций; * владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; * применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.); * интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;. * определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.) | * *Достижение результатов раздела II;* * *владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;* * *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков* |
| ***Элементы математического анализа*** | * Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции; * определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке; * решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах; * соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.); * использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса | * *Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;* * *вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;* * *вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;* * *исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.*   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * *решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;* * *интерпретировать полученные результаты* | | * Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; * применять для решения задач теорию пределов; * владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; * владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; * вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; * исследовать функции на монотонность и экстремумы; * строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром; * владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; * владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; * применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; * интерпретировать полученные результаты | * *Достижение результатов раздела II;* * *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;* * *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;* * *оперировать понятием первообразной функции для решения задач;* * *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;* * *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;* * *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;* * *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;* * *уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);* * *уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;* * *владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость* |
| ***Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика*** | * Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения; * оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновозможными элементарными событиями; * вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни; * читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков | * *Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;* * *иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;* * *иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;* * *понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;* * *иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;* * *иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;* * *иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;* * *выбирать подходящие методы представления и обработки данных;* * *уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях* | | * Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; * оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; * владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; * иметь представление об основах теории вероятностей; * иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; * иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; * иметь представление о совместных распределениях случайных величин; * понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; * иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин; * иметь представление о корреляции случайных величин.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; * выбирать методы подходящего представления и обработки данных | * *Достижение результатов раздела II;* * *иметь представление о центральной предельной теореме;* * *иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;* * *иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;* * *иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;* * *иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;* * *владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;* * *иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;* * *владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;* * *уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;* * *иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;* * *владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;* * *уметь применять метод математической индукции;* * *уметь применять принцип Дирихле при решении задач* |
| ***Текстовые задачи*** | * Решать несложные текстовые задачи разных типов; * анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель; * понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков; * действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи; * использовать логические рассуждения при решении задачи; * работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи; * осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии; * анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; * решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.; * решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью; * решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек; * решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временнóй оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.; * использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни | * *Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;* * *выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;* * *строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;* * *решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;* * *анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;* * *переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *решать практические задачи и задачи из других предметов* | | * Решать разные задачи повышенной трудности; * анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; * строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; * решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; * анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; * переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * решать практические задачи и задачи из других предметов | * *Достижение результатов раздела II* |
| ***Геометрия*** | * Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей; * распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб); * изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов; * делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу*;* * извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках; * применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур; * находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул; * распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар); * находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями; * использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания; * соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера; * соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера; * оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников) | * *Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;* * *применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;* * *решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;* * *делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;* * *извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;* * *применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;* * *описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;* * *формулировать свойства и признаки фигур;* * *доказывать геометрические утверждения;* * *владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);* * *находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;* * *вычислять расстояния и углы в пространстве.*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний* | | * Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; * самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; * исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; * решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; * уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; * владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр; * иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; * уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; * иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; * применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; * уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; * уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; * владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; * владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; * владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач; * владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач; * владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; * владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач; * владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; * иметь представление о теореме Эйлера,правильных многогранниках; * владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; * владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; * владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять изпри решении задач; * иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; * владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; * иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач; * иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач; * уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения; * иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат | * *Иметь представление об аксиоматическом методе;* * *владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;* * *уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;* * *владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;* * *иметь представление о двойственности правильных многогранников;* * *владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;* * *иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;* * *иметь представление о конических сечениях;* * *иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;* * *применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;* * *владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;* * *применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;* * *иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;* * *применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;* * *применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;* * *иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;* * *иметь представление о площади ортогональной проекции;* * *иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;* * *иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;* * *уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;* * *уметь применять формулы объемов при решении задач* |
| ***Векторы и координаты в пространстве*** | * Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве; * находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда | * *Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;* * *находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;* * *задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;* * *решать простейшие задачи введением векторного базиса* | | * Владеть понятиями векторы и их координаты; * уметь выполнять операции над векторами; * использовать скалярное произведение векторов при решении задач; * применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; * применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач | * *Достижение результатов раздела II;* * *находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;* * *задавать прямую в пространстве;* * *находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;* * *находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат* |
| ***История математики*** | * Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки; * знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; * понимать роль математики в развитии России | * *Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;* * *понимать роль математики в развитии России* | | * Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; * понимать роль математики в развитии России | *Достижение результатов раздела II* |
| ***Методы математики*** | * Применять известные методы при решении стандартных математических задач; * замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности; * приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства | * *Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;* * *применять основные методы решения математических задач;* * *на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;* * *применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач* | | * Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; * применять основные методы решения математических задач; * на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; * применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; * пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов | * *Достижение результатов раздела II;* * *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)* |

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации,математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

* «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;
* «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;
* «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1. практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
2. математика для использования в профессии;
3. творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Эти направления реализуются в двух блоках требований к результатам математического образования.

На базовом уровне:

* Выпускник **научится** в 10–11-м классах: для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.
* Выпускник **получит возможность научиться** в 10–11-м классах: для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

На углубленном уровне:

* Выпускник **научится** в 10–11-м классах: для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики.
* Выпускник **получит возможность научиться** в 10–11-м классах: для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук.

В соответствии с Федеральным законом «Об образовании в РФ» (ст. 12 п. 7) организации, осуществляющие образовательную деятельность, реализуют эти требования в образовательном процессе с учетом настоящей примерной основной образовательной программы как на основе учебно-методических комплектов соответствующего уровня, входящих в Федеральный перечень Министерства образования и науки Российской Федерации, так и с возможным использованием иных источников учебной информации (учебно-методические пособия, образовательные порталы и сайты и др.)

Цели освоения программы базового уровня – обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни и возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики. Внутри этого уровня выделяются две различные программы: *компенсирующая базовая* и *основная базовая*.

Компенсирующая базовая программа содержит расширенный блок повторения и предназначена для тех, кто по различным причинам после окончания основной школы не имеет достаточной подготовки для успешного освоения разделов алгебры и начал математического анализа, геометрии, статистики и теории вероятностей по программе средней (полной) общеобразовательной школы.

Программа по математике на базовом уровне предназначена для обучающихся средней школы, не испытывавших серьезных затруднений на предыдущем уровне обучения.

Обучающиеся, осуществляющие обучение на базовом уровне, должны освоить общие математические умения, необходимые для жизни в современном обществе; вместе с тем они получают возможность изучить предмет глубже, с тем чтобы в дальнейшем при необходимости изучать математику для профессионального применения.

При изучении математики на углубленном уроне предъявляются требования, соответствующие направлению «математика для профессиональной деятельности»; вместе с тем выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст фундамент для дальнейшего серьезного изучения математики в вузе.

Примерные программы содержат сравнительно новый для российской школы раздел «Вероятность и статистика». К этому разделу относятся также сведения из логики, комбинаторики и теории графов, значительно варьирующиеся в зависимости от типа программы.

Во всех примерных программах большое внимание уделяется практико-ориентированным задачам. Одна из основных целей, которую разработчики ставили перед собой, – создать примерные программы, где есть место применению математических знаний в жизни.

При изучении математики большое внимание уделяется развитию коммуникативных умений(формулировать, аргументировать и критиковать), формированию основ логического мышления в части проверки истинности и ложности утверждений, построения примеров и контрпримеров, цепочек утверждений, формулировки отрицаний, а также необходимых и достаточных условий. В зависимости от уровня программы больше или меньше внимания уделяется умению работать по алгоритму, методам поиска алгоритма и определению границ применимости алгоритмов. Требования, сформулированные в разделе «Геометрия», в большей степени относятся к развитию пространственных представлений и графических методов, чем к формальному описанию стереометрических фактов.

**Базовый уровень (Компенсирующая базовая программа)**

**Алгебра и начала математического анализа**

Натуральные числа, запись, разрядные слагаемые, арифметические действия. Числа и десятичная система счисления. Натуральные числа, делимость, признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10. Разложение числа на множители. Остатки. Решение арифметических задач практического содержания.

Целые числа. Модуль числа и его свойства.

Части и доли. Дроби и действия с дробями. Округление, приближение. Решение практических задач на прикидку и оценку.

Проценты. Решение задач практического содержания на части и проценты. Степень с натуральным и целым показателем. Свойства степеней. Стандартный вид числа.

Алгебраические выражения. Значение алгебраического выражения.

Квадратный корень. Изображение числа на числовой прямой. Приближенное значение иррациональных чисел.

*Понятие многочлена. Разложение многочлена на множители,* Уравнение, корень уравнения. Линейные, квадратные уравнения и системы линейных уравнений.

Решение простейших задач на движение, совместную работу, проценты. Числовые неравенства и их свойства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Числовые промежутки. Объединение и пересечение промежутков.

Зависимость величин, функция, аргумент и значение, основные свойства функций. График функции. Линейная функция. Ее график. Угловой коэффициент прямой.

*Квадратичная функция. График и свойства квадратичной функции.график функции . График функции *

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность (возрастание или убывание) на числовом промежутке. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период.

Градусная мера угла. Тригонометрическая окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество. Значения тригонометрических функций для углов 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°.

*Графики тригонометрических функций *.

Решение простейших тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности.

*Понятие степени с действительным показателем*. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее график.

Логарифм числа, основные свойства логарифма. Десятичный логарифм. Простейшие логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее график.

Понятие степенной функции и ее график. Простейшие иррациональные уравнения.

Касательная к графику функции. Понятие производной функции в точке как тангенс угла наклона касательной. Геометрический и физический смысл производной. *Производные многочленов.*

Точки экстремума (максимума и минимума). *Исследование элементарных функций на точки экстремума с помощью производной. Наглядная интерпретация.*

*Понятие первообразной функции. Физический смысл первообразной. Понятие об интеграле как площади под графиком функции.*

**Геометрия**

Фигуры на плоскости и в пространстве. Длина и площадь. Периметры и площади фигур.

Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.

Треугольники. Виды треугольников: остроугольные, тупоугольные, прямоугольные. Катет против угла в 30 градусов. Внешний угол треугольника.

Биссектриса, медиана и высота треугольника. Равенство треугольников.

Решение задач на клетчатой бумаге.

Равнобедренный треугольник, равносторонний треугольник. Свойства равнобедренного треугольника.

Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции углов в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора. Применение теорем синусов и косинусов.

Четырехугольники: параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция и их свойства. Средняя линия треугольника и трапеции.

*Выпуклые и невыпуклые фигуры.* Периметр многоугольника. Правильный многоугольник.

Углы на плоскости и в пространстве. Вертикальные и смежные углы.

Сумма внутренних углов треугольника и четырехугольника.

Соотношения в квадрате и равностороннем треугольнике.

Диагонали многоугольника.

Подобные треугольники в простейших случаях.

Формулы площади прямоугольника, треугольника, ромба, трапеции.

Окружность и круг. Радиус и диаметр. Длина окружности и площадь круга. Число π. Вписанный угол, в частности угол, опирающийся на диаметр. Касательная к окружности и ее свойство.

Куб. Соотношения в кубе.

Тетраэдр, правильный тетраэдр.

Правильная пирамида и призма. Прямая призма.

*Изображение некоторых многогранников на плоскости.*

Прямоугольный параллелепипед. *Теорема Пифагора в пространстве*.

Задачи на вычисление расстояний в пространстве с помощью теоремы Пифагора.

*Развертка прямоугольного параллелепипеда.*

Конус, цилиндр, шар и сфера.

*Проекции фигур на плоскость. Изображение цилиндра, конуса и сферы на плоскости.*

*Понятие об объемах тел*. Использование для решения задач на нахождение геометрических величин формул объема призмы, цилиндра, пирамиды, конуса, шара.

*Понятие о подобии на плоскости и в пространстве*. Отношение площадей и объемов подобных фигур.

**Вероятность и статистика. Логика и комбинаторика**

Логика. Верные и неверные утверждения. Следствие. *Контрпример*.

*Множество*. Перебор вариантов.

Таблицы. Столбчатые и круговые диаграммы.

Числовые наборы. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения. *Примеры изменчивых величин*.

Частота и вероятность события. Случайный выбор. Вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.

*Независимые события. Формула сложения вероятностей.*

*Примеры случайных величин. Равномерное распределение. Примеры нормального распределения в природе. Понятие о законе больших чисел.*

**Базовый уровень (Основная базовая программа)**

**Алгебра и начала анализа**

Повторение.Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений.

Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства.

Решение задач на движение и совместную работу с помощью линейных и квадратных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков.

Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции . Графическое решение уравнений и неравенств.

Тригонометрическая окружность*, радианная мера угла*. Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270°.( рад). *Формулы сложения тригонометрических функций, формулы приведения, формулы двойного аргумента..*

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции. Четность и нечетность функций. *Сложные функции.*

Тригонометрические функции **. *Функция*. Свойства и графики тригонометрических функций.

Арккосинус, арксинус, арктангенс числа. *Арккотангенс числа*. Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений.

*Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики. Решение простейших тригонометрических неравенств.*

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график.

Логарифм числа, свойства логарифма. Десятичный логарифм. *Число е. Натуральный логарифм*. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

*Метод интервалов для решения неравенств.*

*Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.*

*Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических неравенств.*

*Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.*

*Уравнения, системы уравнений с параметром.*

Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. *Правила дифференцирования.*

*Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.*

Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных*. *Применение производной при решении задач.*

Первообразная. *Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница*.*Определенный интеграл*. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла*.

**Геометрия**

Повторение.Решение задач с применением свойств фигур на плоскости. Задачи на доказательство и построение контрпримеров. Использование в задачах простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисление длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Фигуры и их изображения (куб, пирамида, призма). *Основные понятия стереометрии и их свойства.* Сечения куба и тетраэдра.

Точка, прямая и плоскость в пространстве, аксиомы стереометрии и следствия из них. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Изображение простейших пространственных фигур на плоскости.

Расстояния между фигурами в пространстве.

Углы в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Проекция фигуры на плоскость. Признаки перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах.

Многогранники. Параллелепипед. Свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема Пифагора в пространстве. Призма и пирамида. Правильная пирамида и правильная призма. Прямая пирамида. Элементы призмы и пирамиды.

Тела вращения: цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости.

*Представление об усеченном конусе, сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения шара. Развертка цилиндра и конуса.*

*Простейшие комбинации многогранников и тел вращения между собой.* Вычисление элементов пространственных фигур (ребра, диагонали, углы).

Площадь поверхности правильной пирамиды и прямой призмы. Площадь поверхности прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса и шара.

Понятие об объеме. Объем пирамиды и конуса, призмы и цилиндра. Объем шара.

*Подобные тела в пространстве.* Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, центральная симметрия, симметрия относительно плоскости, поворот. Свойства движений. Применение движений при решении задач.*

Векторы и координаты в пространстве. Сумма векторов, умножение вектора на число, угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. *Скалярное произведение векторов. Теорема о разложении вектора по трем некомпланарным векторам. Скалярное произведение векторов в координатах. Применение векторов при решении задач на нахождение расстояний, длин, площадей и объемов.*

*Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение сферы в пространстве. Формула для вычисления расстояния между точками в пространстве.*

**Вероятность и статистика. Работа с данными**

Повторение.Решение задач на табличное и графическое представление данных. Использование свойств и характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, *дисперсии*. *Решение задач на определение частоты и вероятности событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Решение задач на вычисление вероятностей независимых событий, применение формулы сложения вероятностей.Решение задач с применением диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.*

*Условная вероятность.Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.*

*Дискретные случайные величины и распределения.Независимые случайные величины. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин.*

*Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.*

*Непрерывные случайные величины. Понятие о плотности вероятности. Равномерное распределение.*

*Показательное распределение, его параметры.*

*Понятие о нормальном распределении. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).*

*Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли*. *Закон больших чисел.Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

*Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин.Выборочный коэффициент корреляции.*

**Углубленный уровень**

**Алгебра и начала анализа**

Повторение. Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний.* Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики*. Основные логические правила.* Решение логических задачс использованием кругов Эйлера, *основных логических правил.*

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств*. *Математическая индукция*. *Утверждения:обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. *Функции «дробная часть числа»*  *и «целая часть числа»* .

Тригонометрические функции числового аргумента , , , . Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  и функция .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

*Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

*Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*

*Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

*Множества на координатной плоскости.*

*Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

Понятие предела функции в точке*. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших*. Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике*. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных*. *Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла..*

*Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

**Геометрия**

Повторение. Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

*Теорема Менелая для тетраэдра*. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

*Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*

*Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

*Теорема Эйлера.* Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

*Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

*Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*

Площадь сферы.

*Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

*Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

**Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей*.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли.Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределениеи его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

*Показательное распределение, его параметры.*

*Распределение Пуассона и его применение*. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема*.

*Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

*Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.*

*Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.*

*Кодирование. Двоичная запись.*

*Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.*

**Тематическое планирование**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **10 класс** | | | | |
| № | тема | Колличество часов (Базовый уровень) | Количество часов (Углубленный уровень) | Характеристика основных видов учебной деятельности |
| **1** | **Действительные числа** | **5** | **14** | Находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Переводить бесконечную периодическую дробь в обыкновенную дробь. Приводить примеры (давать определение) арифметических корней натуральной степени. Пояснять на примерах понятие степени с любым действительным показателем. Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем (любым действительным показателем) при вычислениях и преобразованиях выражений. Доказывать тождества, содержащие корень натуральной степени и степени с любым действительным показателем, применяя различные способы. Применять умения преобразовывать выражения и доказывать тождества при решении задач повышенной сложности, |
| **2** | **ВВЕДЕНИЕ в стереометрию** | **2** | **5** | Объяснять, что такое точка, прямая и плоскость. Формулировать аксиомы стереометрии. Формулировать и доказывать теоремы о: — существовании плоскости, проходящей через данную прямую и данную точку; — пересечении прямой с плоскостью; — существовании плоскости, проходящей через три данные точки. Изображать, обозначать и распознавать на чертежах изученные фигуры, иллюстрировать их свойства. Решать задачи, связанные с рассмотренными фигурами и их свойствами. |
| **3** | **Параллельность прямых и плоскостей** | **11** | **19** | Объяснять, что такое: — параллельные и скрещивающиеся прямые; — параллельные прямая и плоскость, две плоскости. Формулировать и доказывать теоремы о: — существовании и единственности прямой, параллельной данной прямой и проходящей через данную точку; — признаке параллельности прямых; — признаке параллельности прямой и плоскости; — признаке параллельности плоскостей; — существовании плоскости, параллельной данной плоскости. Формулировать свойства параллельных плоскостей. Понимать основные свойства изображения фигуры на плоскости. Решать задачи. |
| **4** | **Степенная функция** | **10** | **14** | По графикам степенных функций (в зависимости от показателя степени) описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность). Строить схематически график степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечислять её свойства. Определять, является ли функция обратимой. Строить график сложной функции, дробно-рациональной функции элементарными методами. Приводить примеры степенных функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Распознавать равносильные преобразования, преобразования, приводящие к уравнению-следствию. Решать простейшие иррациональные уравнения, иррациональные неравенства и их системы. Распознавать графики и строить графики степенных функций, используя графопостроители, изучать свойства функций по их графикам. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих степенные функции, и проверять их. Выполнять преобразования графиков степенных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства степенной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности. |
| **5** | **Перпендикулярность прямых и плоскостей** | **14** | **20** | Объяснять, что такое: — перпендикулярные прямые; — перпендикулярные прямая и плоскость, две пересекающиеся плоскости; — перпендикуляр, опущенный из данной точки на данную плоскость, основание перпендикуляра;  — наклонная, основание и проекция наклонной; — расстояние от точки до плоскости, от прямой до параллельной ей прямой, между параллельными плоскостями; — общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и расстояние между скрещивающимися прямыми. Формулировать и доказывать теоремы о: — двух пересекающихся прямых, параллельных двум перпендикулярным прямым; — признаке перпендикулярности прямой и плоскости; — свойствах перпендикулярных прямой и плоскости; — трёх перпендикулярах; — признаке перпендикулярности плоскостей. Формулировать и доказывать утверждение об общем перпендикуляре двух скрещивающихся прямых. Решать задачи на вычисление и доказательство, используя изученные свойства и теоремы. |
| **6** | **Показательная функция** | **9** | **12** | По графикам показательной функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность). Приводить примеры показательной функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать простейшие показательные уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные уравнения методами разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным, иррациональным. Решать показательные уравнения, применяя различные методы. Распознавать графики и строить график показательной функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную функцию, и проверять их. Выполнять преобразования графика показательной функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства показательной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности. |
| **7** | **Логарифмическая функция** | **11** | **17** | Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода. По графику логарифмической функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность). Приводить примеры логарифмической функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и их системы. Решать логарифмические уравнения различными методами. Распознавать графики и строить график логарифмической функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих логарифмическую функцию, и проверять их. Выполнять преобразования графика логарифмической функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства логарифмической функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности. |
| **8** | **Многогранники** | **15** | **16** | Объяснять, что такое: — двугранный угол, грани и рёбра двугранного угла, линейный угол двугранного угла; — трёхгранный и многогранный углы, их элементы; — многогранник и его элементы; — выпуклый и правильный многогранники; — развёртка многогранника; — призма и её элементы, боковая поверхность и полная поверхность призмы, прямая и наклонная призмы, правильная призма; — параллелепипед, противолежащие грани параллелепипеда, прямоугольный параллелепипед и куб, линейные размеры прямоугольного параллелепипеда; — пирамида и её элементы, правильная пирамида, тетраэдр, усечённая пирамида; —правильный многогранник. Формулировать и доказ ывать теоремы:  — о противоположных гранях и диагоналях параллелепипеда;  — что квадрат любой диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений; — что плоскость, пересекающая пирамиду и параллельная её основанию, отсекает подобную пирамиду; — Эйлера. Уметь вычислять: — боковую поверхность прямой призмы; — боковую поверхность правильной пирамиды. Знать пять типов правильных многогранников. Изображать, обозначать и распознавать на чертежах изученные многогранники, иллюстрировать их свойства, строить их сечения. Решать задачи. |
| **9** | **Алгебраические уравнения и системы нелинейных уравнений** | **5** | **16** | Оценивать число корней целого алгебраического уравнения. Выполнять деление многочлена на многочлен уголком. Решать рациональные уравнения и их системы. Применять различные приёмы решения целых алгебраических уравнений: разложение на множители; подстановка (замена неизвестного). Решать рациональные неравенства методом интервалов. Решать системы уравнений. |
| **10** | **Тригонометрические формулы** | **14** | **25** | Переводить градусную меру в радианную и обратно. Находить на окружности положение точки, 1 соответствующей данному действительному числу. Находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа. Выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла. Применять данные зависимости для доказательства тождества, в частности на определённых множествах. Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов a и а –a , формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения, формулы суммы и разности синусов, суммы и разности косинусов, произведения синусов и косинусов. Доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы. Применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач и задач повышенной сложности. |
| **11** | **Тригонометрические уравнения** | **8** | **19** | Уметь находить арксинус, арккосинус, арктангенс действительного числа. Применять свойства арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа. Применять формулы для нахождения корней уравнений cosх =а, sinx =a, tgх =а. Уметь решать тригонометрические уравнения: линейные относительно синуса, косинуса, тангенса угла (числа), сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного, сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители. Решать однородные (первой и второй степени) уравнения относительно синуса и косинуса, а также сводящиеся к однородным уравнениям. Использовать метод вспомогательного угла. Применять метод предварительной оценки левой и правой частей уравнения. Уметь применять несколько методов при решении уравнения. Решать несложные системы тригонометрических уравнений. Решать тригонометрические неравенства с помощью единичной окружности. Применять все изученные свойства и способы решения тригонометрических уравнений и неравенств при решении прикладных задач и задач повышенной сложности. |
| **12** | **Повторение и решение задач по алгебре и началам анализа** | **6** | **19** |  |
| **13** | **Повторение тем по геометрии** | **2** | **8** |  |
| итого | | **136** | **204** |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **11 класс (Алимов Атанасян)** | | | | |
| № | тема | Количество часов (Базовый уровень) | Количество часов (Углубленный уровень) | Характеристика основных видов учебной деятельности |
| **114** | **Тригонометрические функции** | **8** | **19** | По графикам функций описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность). Приводить примеры функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Изображать графики сложных функций с помощью графопостроителей, описывать их свойства. Решать простейшие тригонометрические неравенства, используя график функции. Распознавать графики тригонометрических функций, графики обратных тригонометрических функций. Применять и доказывать свойства обратных тригонометрических функций. Строить графики элементарных функций, используя графопостроители, изучать свойства элементарных функций по их графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, и проверять их. Выполнять преобразования графиков элементарных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат. Применять другие элементарные способы построения графиков. Уметь применять различные методы доказательств истинности |
| **115** | **Цилиндр, конус и шар.** | **10** | **16** | Объяснять, что такое:  — цилиндр и его элементы, цилиндрическая поверхность, осевое сечение цилиндра; — призма, вписанная в цилиндр, описанная око- ло цилиндра; — касательная плоскость к цилиндру; — конус и его элементы, прямой конус, коническая поверхность, усечённый конус; — пирамида, вписанная в конус, описанная около конуса; — касательная плоскость к конусу; — шар и сфера, касательная плоскость; — многогранник, вписанный в шар, описанный около шара;  — внутренняя и граничная точки фигуры, область, замкнутая область, тело, поверхность тела.  Формулировать и доказывать теоремы о:  — сечении шара плоскостью; — плоскости симметрии и центре симметрии шара; — касательной плоскости к шару; — о линии пересечения двух сфер. Изображать, обозначать и распознавать на чертежах изученные тела вращения, иллюстрировать их свойства, строить их сечения. |
| 1**16** | **Производная и ее геометрический смысл** | **16** | **19** | Приводить примеры монотонной числовой последовательности, имеющей предел. Вычислять пределы последовательностей. Выяснять, является ли последовательность сходящейся. Приводить примеры функций, являющихся непрерывными, имеющих вертикальную, горизонтальную асимптоту. Записывать уравнение каждой из этих асимптот. Уметь по графику функции определять промежутки непрерывности и точки разрыва, если такие имеются. Уметь доказывать непрерывность функции. Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке. Находить мгновенную скорость движения материальной точки. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Находить производные элементарных функций. Находить производные суммы, произведения и частного двух функций, производную сложной функцииy =f (kx +b). Объяснять и иллюстрировать понятие предела последовательности. Приводить примеры последовательностей, имеющих предел и не имеющих предел и не имеющих предела. Пользоваться теоремой о пределе монотонной ограниченной последовательности Выводить формулы длины окружности и площади круга. Объяснять и иллюстрировать понятие предела функции в точке. Приводить примеры функций, не имеющих предела в некоторой точке. Вычислять пределы функций. Анализировать поведение функций на различных участках области определения. Находить асимптоты. Вычислять приращение функции в точке. Составлять и исследовать разностное отношение. Находить предел разностного отношения. Вычислять значение производной функции в точке (по определению). Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой. Записывать уравнение касательной к графику функции, заданной в точке. Находить производную сложной функции, обратной функции. Применять понятие производной при решении. |
| 1**17** | **Применение производной к исследованию функций** | **13** | **21** | Находить вторую производную и ускорение процесса, описываемого с помощью формулы. Находить промежутки возрастания и убывания функции. Доказывать, что заданная функция возрастает (убывает) на указанном промежутке. Находить точки минимума и максимума функции. Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке Находить наибольшее и наименьшее значения функции. Исследовать функцию с помощью производной и строить её график. Применять производную при решении текстовых, геометрических, физических и других задач |
| 1**18** | **Объемы тел.** | **13** | **17** |  |
| Объяснять, что такое: — простое тело;— объём простого тела; — равновеликие тела Знать: — свойства объёмов простых тел; — как относятся объёмы двух подобных тел. Выводить формулы: — объёма прямоугольного параллелепипеда; — объёма наклонного параллелепипеда; — объёма призмы; — объёма треугольной пирамиды, любой произвольной пирамиды. Решать задачи, используя приобретённые знания. Объяснять, что такое шаровой сегмент и шаровой сектор. Знать: — свойства объёмов простых тел; — как относятся объёмы двух подобных тел. Выводить формулы: — объёма цилиндра; — объёма конуса; — объёма шара, шарового сегмента, шарового сектора; — площадей боковых поверхностей цилиндра и конуса; — площади сферы. Решать задачи |
| 1**19** | **Интеграл** | **18** | **16** | Вычислять приближённое значение площади криволинейной трапеции. Находить первообразные функций:y =x p , где p ОR, y = sinx, y = cosx, y = tgx. Находить первообразные функций:f (x) +g(x), kf (x) иf (kx +b). Вычислять площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона—Лейбница. Находить приближённые значения интегралов. Вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью интеграла. |
|  |
| 1**20** | **Векторы в пространстве** | **10** | **7** | Понимать, что в пространстве любой вектор разлагается по трём некомпланарным векторам, причём единственным образом. Решать задачи на вычисление, нахождение и доказательство  Объяснять, что такое:  — декартова система координат, оси координат, начало координат, координаты точки — вектор, координаты вектора; — сумма и разность векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение векторов; — коллинеарные векторы, компланарные векторы; |
| 1**21** | **Комплексные числа** | **0** | **17** | Выполнять вычисления с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление. Изображать комплексные числа точками на комплексной плоскости. Интерпретировать на комплексной плоскости сложение и вычитание комплексных чисел. Находить корни квадратных уравнений с действительными коэффициентами. Применять различные формы записи комплексных чисел: алгебраическую, тригонометрическую и показательную. Выполнять действия с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в натуральную степень, извлечение корня степени n, выбирая подходящую форму записи комплексных чисел. Переходить от алгебраической записи комплексного числа к тригонометрической и к показательной, от тригонометрической и показательной формы к алгебраической. Доказывать свойства комплексно сопряжённых чисел. Интерпретировать на комплексной плоскости арифметические действия с комплексными числами. Формулировать основную теорему алгебры. Выводить простейшие следствия из основной теоремы алгебры. Находить многочлен наименьшей степени, имеющий заданные корни. Находить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий заданные корни. |
| 2**22** | **Метод координат в пространстве.** | **15** | **16** | знать: — формулу вычисления расстояния между точками через координаты этих точек; — формулы для нахождения координат середины отрезка. Формулировать и доказывать теорему о площади ортогональной проекции многоугольника. Решать задачи на вычисление, нахождение и доказательство Объяснять, что такое:  — уравнение сферы.  ;— преобразование фигур в пространстве; — преобразование симметрии относительно плоскости, плоскость симметрии; — движение; — равные фигуры; — параллельный перенос;  — преобразование подобия, подобные фигуры; |
| 2**23** | **Элементы комбинаторики** | **8** | **11** | Применять при решении задач метод математической индукции. Применять правило произведения при выводе формулы числа перестановок. Создавать математические модели для решения комбинаторных задач с помощью подсчёта числа размещений, перестановок и сочетаний. Находить число перестановок с повторениями. Решать комбинаторные задачи, сводящиеся к подсчёту числа сочетаний с повторениями. Применять формулу бинома Ньютона. При возведении бинома в натуральную степень находить биномиальные коэффициенты при помощи треугольника Паскаля |
| 2**24** | **Знакомство с вероятностью** | **8** | **11** | Приводить примеры случайных, достоверных и невозможных событий. Знать определение суммы и произведения событий. Знать определение вероятности события в классическом понимании. Приводить примеры несовместных событий. Находить вероятность суммы несовместных событий. Находить вероятность суммы произвольных событий. Иметь представление об условной вероятности событий. Знать строгое определение независимости двух событий. Иметь представление о независимости событий и находить вероятность совместного наступления таких событий. Вычислять вероятность получения конкретного числа успехов в испытаниях Бернулли. |
| **2**25 | **Статистика** | **5** | **7** |
| 2**26** | **Повторение и решение задач по алгебре.** | **21** | **18** |  |
| 2**27** | **Повторение и решение задач по геометрии** | **9** | **10** |  |
| **итого** | | **136** | **204** |  |

**Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение**

***Программно-нормативные документы:***

Фундаментальное ядро содержания общего образования. Под ред. В.В. Козлова, А М. Кондакова. – М.: Просвещение, 2009.

ФГОС: среднее общее образование // ФГОС. М.: Просвещение, 2012.

Программы общеобразовательных учреждений ФГОС. Математика. 10-11 классы, составитель Бурмистрова Т.А. (Алгебра. Сборник рабочих программ. 10-11 классы; пособие для учителей общеобразовательных учреждений М.: Просвещение, 2016; Геометрия. Сборник рабочих программ. 10-11 классы; пособие для учителей общеобразовательных учреждений М.: Просвещение, 2015)

|  |  |
| --- | --- |
| Учебники | Методические пособия |
| Ш. А. Алимов. Алгебра и начала анализа 10 -11 классы. М.: Просвещение 2018г.  Атанасян  Л.С. и др. Геометрия 10-11 кл. М.: Просвещение 2017 г. | Федорова Н.Е. Ткачева М.Ф. Методические рекомендации. М.: Просвещение 2017г.  М.Я. Саакян, В.Ф.Бутузов. Поурочные разработки по геометрии 10-11 класс. М.: Просвещение 2017 г. с.156 |

**Рекомендуемые информационные ресурсы в Интернете**

[http://www.school-collection.edu.ru](https://www.google.com/url?q=http://www.school-collection.edu.ru/&sa=D&ust=1542989639379000) — единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

[http://](https://www.google.com/url?q=http://lit.1september.ru/urok/&sa=D&ust=1542989639379000)открытый урокрф.математика- Я иду на урок математики

[http://www.ege.edu.ru/](https://www.google.com/url?q=http://www.ege.edu.ru/&sa=D&ust=1542989639380000) Единый Государственный экзамен

[http://www.school.edu.ru/](https://www.google.com/url?q=http://www.school.edu.ru/&sa=D&ust=1542989639381000) - Российский общеобразовательный портал

[http://fcior.edu.ru/](https://www.google.com/url?q=http://fcior.edu.ru/&sa=D&ust=1542989639382000) - Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов

[http://window.edu.ru/](https://www.google.com/url?q=http://window.edu.ru/&sa=D&ust=1542989639382000) - Единое окно доступа к образовательным ресурсам

 Оценочные материалы

Система оценки планируемых результатов.

Возрастающие требования к воспитанию молодежи, формированию у нее чувства ответственности, организованности и дисциплины требуют решительного искоренения проявления формализма в оценке знаний учащихся, преодоления процентомании.

Объективная, правильная и своевременная оценка знаний, умений и навыков учащихся имеет большое воспитательное значение. Она способствует повышению ответственности школьников за качество учебы, соблюдению учебной, трудовой, общественной дисциплины, вырабатывает требовательность учащихся к себе, правильную их самооценку, честность, правдивость. При оценке знаний учителем учитываются их глубина и прочность, проверяется умение школьников свободно и вполне сознательно применять изучаемый теоретический материал при решении конкретных учебных и практических задач, при создании собственных высказываний в устной или письменной форме; умение излагать свои мысли связно, логически последовательно, грамматически правильно.

«Нормы оценки...» призваны обеспечивать одинаковые требования к знаниям, умениям и навыкам учащихся по математике. В них устанавливаются: 1) единые нормативы оценки знаний, умений и навыков; 2) объем различных видов письменных работ;  3) количество отметок за различные виды письменных работ.

   Оцениваются только такие знания, умения и навыки учащихся, над которыми они работали или работают к моменту проверки.

Проверка знаний, умений и навыков может проводиться как с целью определения их сформированности по этапам обучения (текущий контроль), так и для подведения итогов работы за год (итоговый контроль).

С целью повышения ответственности учащихся за качество знаний учитель, выставляя оценку, не только объявляет, но и объяснить ее. Это относится к оценкам как за устные ответы, так и за все виды письменных работ.

Уровень знаний учащихся по математике в 10—11 классах устанавливается путем устного опроса (знание правил, определений, алгоритмов для решения практических задач) и выполнения различных упражнений.

1.Оценка устных ответов учащихся

**Ответ оценивается отметкой «5»,** если ученик:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;

- изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;

-правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;

-показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания;

-продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;

-отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов учителя;

возможны одна – две неточности при освещение второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил после замечания учителя**.**

**Ответ оценивается отметкой «4»,** если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

-в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;

-допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания учителя;

-допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания учителя.

**Отметка «3»** ставится в следующих случаях:

-неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для усвоения программного материала;

-имелись затруднения или допущены ошибки в определении математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;

-ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

-при достаточном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

**Отметка «2»** ставится в следующих случаях:

-не раскрыто основное содержание учебного материала;

-обнаружено незнание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;

-допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

   Оценка («5», «4», «3») может ставиться не только за единовременный ответ (когда на проверку подготовки ученика отводится определенное время), но и за рассредоточенный во времени, т. е. за сумму ответов, данных учеником на протяжении урока (выводится поурочный балл), при условии, что в процессе урока не только заслушивались ответы учащегося, но и осуществлялась проверка его умения применять знания на практике.

**Оценка письменных контрольных работ.**

**Ответ оценивается отметкой «5»,** если:

-работа выполнена полностью;

-в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

-в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

**Отметка «4»** ставится в следующих случаях:

-работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

-допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

**Отметка «3»** ставится, если:

-допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

**Отметка «2»** ставится, если:

-допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Учитель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

При оценке знаний, умений и навыков обучающихся следует учитывать все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

**3.1. Грубыми** считаются ошибки:

-незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;

-незнание наименований единиц измерения;

-неумение выделить в ответе главное;

-неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;

-неумение делать выводы и обобщения;

-неумение читать и строить графики;

-неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками;

-потеря корня или сохранение постороннего корня;

-отбрасывание без объяснений одного из них;

-равнозначные им ошибки;

-вычислительные ошибки, если они не являются опиской;

-логические ошибки.

**3.2. К негрубым** ошибкам следует отнести:

-неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;

-неточность графика;

-нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);

-нерациональные методы работы со справочной и другой литературой;

-неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

**3.3. Недочетами** являются:

нерациональные приемы вычислений и преобразований; небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

**Направления проектной деятельности обучающихся.**

Цель учебно-исследовательской и проектной деятельности обучающихся – формирование компетентности работать на достижение планируемого результата.

Пять основных задач:

-Формирование универсальных учебных и исследовательских действий.

-Освоение продуктивно-ориентированной деятельности.

-Овладение знаниями и навыками целенаправленной творческой деятельности и развитие творческих способностей.

-Формирование рациональных моделей поведения.

-Совершенствование навыков сотрудничества.

Проектная деятельность. Любая самостоятельная, социально значимая и организованная деятельность обучающихся, опирающаяся на их индивидуальные инициативы, интересы и предпочтения, направленная на достижение реальной, личностно значимой, достижимой цели, имеющая план и критерии оценки результата, поддержанная культурой деятельности обучающихся, традициями, ценностями, освоенными нормами и образцами.

**Типы проектов:**

*Информационный проект.* Этот тип проекта направлен на работу с информацией о каком-либо объекте, явлении. Его цель – обучение участников проекта целенаправленному сбору информации, её структурированию, анализу и обобщению.

*Учебно-исследовательский проект.*Совпадает с характеристиками учебно-исследовательской деятельности, дополненной традиционными признаками проекта. Может быть предметным, межпредметным или ориентированным на содержание научного направления, не входящего в перечень школьных предметов. Основная цель – формирование метапредметных результатов и представлений.

*Социальный проект.*Целенаправленная социальная (общественная) практика, позволяющая обучающимся выбирать линию поведения в отношении социальных проблем и явлений. Является удобным средством формирования социального опыта, социальных компетентностей и компетенций обучающихся, овладения основными социальными ролями, помогает осваивать правила общественного поведения.

*Информационно-познавательный.* Является создание, конструирование или модернизация на основе предметного  содержания.

1. Здесь и далее:распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия. [↑](#footnote-ref-2)
2. Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл,уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач. [↑](#footnote-ref-3)
3. Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства(признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач. [↑](#footnote-ref-4)